ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΠΕΜΠΤΗ 24 ΜΑΪΟΥ 2012
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

ΘΕΜΑ Α

Α1. Θεωρία σχολικού βιβλίου σελίδα 81

Α2. α. Σωστό, **β.** Σωστό, **γ.** Λάθος, **δ.** Σωστό, **ε.** Σωστό.

Α3. α. $\int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{x}\,dx = [\ell n x]_{\alpha}^{\beta} = \ell n\beta - \ell n\alpha$, με $\beta > \alpha > 0$

β. $(g o f)'(x) = g'(f(x)) \cdot f'(x)$

γ. $\int_{\alpha}^{\beta} c\,dx = c(\beta - \alpha)$, με c σταθερά και $\alpha, \beta \in IR$

ΘΕΜΑ Β

Β1. $\nu_1 + \nu_2 + \nu_3 + \nu_4 + \nu_5 = \nu \Leftrightarrow 3\kappa + 16 = 25 \Leftrightarrow 3\kappa = 9 \Leftrightarrow$ **κ = 3**

Β2. Για κ = 3

x_i	ν_i	N_i	$f_i\%$	$x_i \cdot \nu_i$
1	6	6	24	6
2	5	11	20	10
3	4	15	16	12
4	3	18	12	12
5	7	25	28	35
ΣΥΝΟΛΑ	25		100	75

Β3. $\bar{x} = \frac{\sum x_i \nu_i}{\nu} = \frac{75}{25} = \mathbf{3}$ ώρες

Το πλήθος των παρατηρήσεων είναι 25.
Αν γραφούν με αύξουσα σειρά η μεσαία παρατήρηση στη 13^{η} θέση είναι 3, άρα **η διάμεσος είναι 3**.

Β4. $f_3\% + f_4\% + f_5\% = 16\% + 12\% + 28\% = 56\%$
άρα το 56% των μαθητών διαβάζουν τουλάχιστον 3 ώρες.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^+}\left(\alpha x^2 + \beta x\right) = \boldsymbol{\alpha + \beta}$

Γ2. $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{x-1}{\sqrt{x+3}-2} = \lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{(x-1)\left(\sqrt{x+3}+2\right)}{\left(\sqrt{x+3}-2\right)\left(\sqrt{x+3}+2\right)}$

$= \lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{\cancel{(x-1)}\left(\sqrt{x+3}+2\right)}{\cancel{x-1}} = \lim\limits_{x\to 1^-}\left(\sqrt{x+3}+2\right) = \mathbf{4}.$

Γ3. • $A(-1\,,\,2)\in C_f \Leftrightarrow f(-1)=2 \Leftrightarrow \alpha(-1)^2+\beta(-1)=2 \Leftrightarrow$
$\alpha-\beta=2 \Leftrightarrow \alpha=\beta+2 \quad (1)$

• Για να είναι η f συνεχής στο $x_0 = 1$ πρέπει

$\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = f(1) \Leftrightarrow$

$\alpha+\beta=4 \overset{(1)}{\Leftrightarrow} \beta+2+\beta=4 \Leftrightarrow 2\beta=2 \Leftrightarrow \boldsymbol{\beta=1}$

$(1) \overset{\beta=1}{\Rightarrow} \boldsymbol{\alpha=3}$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. $f(x) = 3x^2 - 2x - 1$

$F(x) = 3\dfrac{x^3}{3} - 2\dfrac{x^2}{2} - x + c = x^3 - x^2 - x + c$

$F(0) = 1 \Leftrightarrow c = 1$, άρα $\mathbf{F(x) = x^3 - x^2 - x + 1}$

Δ2. $F'(x) = f(x) = 3x^2 - 2x - 1$

$F'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = -\dfrac{1}{3}$ ή $x = 1$

x	$-\infty$		$-\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$		↗		↘		↗	

Η f είναι γνησίως αύξουσα στα $\left(-\infty, -\dfrac{1}{3}\right]$ και $[1, +\infty)$

ενώ είναι γνησίως φθίνουσα στο $\left[-\dfrac{1}{3}, 1\right]$.

Η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο για $x = -\dfrac{1}{3}$ την τιμή

$$f\left(-\frac{1}{3}\right) = \left(-\frac{1}{3}\right)^3 - \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - \left(-\frac{1}{3}\right) + 1 = -\frac{1}{27} - \frac{1}{9} + \frac{1}{3} = \mathbf{\frac{32}{27}}$$

Η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο για $x = 1$ την τιμή

$f(1) = 1^3 - 1^2 + 1 - 1 = \mathbf{0}$

Δ3. Η F είναι γνησίως αύξουσα στο $[1, +\infty)$, άρα

$2011 < 2012 \Rightarrow$ **$F(2011) < F(2012)$**

Δ4. $f(x) = 3x^2 - 2x - 1 = F'(x)$

Το πρόσημο της F΄ το έχουμε βρεί στο Δ2 ερώτημα

Ειναι $f(x) \leq 0$, στο $[0, 1]$ άρα

$E = -\int_0^1 f(x)\,dx = -[F(x)]_0^1 = -[F(1) - F(0)] = F(0) - \cancel{F(1)} = \mathbf{1}$ **τ.μ.**